Lógica Curso 2015-16 Formalización en LPO

Ejercicios resueltos - Enunciados

1. Definir un LPO en el que formalizar el siguiente argumento:

   Leticia es una princesa. Todas las primogénitas de las princesas son también princesas. Por tanto, si Leonor es la primogénita de Leticia, entonces Leonor es una princesa.

2. Formalizar en el lenguaje de la lógica de primer orden los siguientes enunciados:

   a) Todos los amigos de María estudian Lógica o estudian Estadística.
   b) Ningún amigo de Pedro estudia Lógica.
   c) Todos los amigos de Pedro estudian Estadística, pero solo los profesores de Estadística conocen las preguntas del examen.

3. Formalizar las siguientes frases con un lenguaje de primer orden:

   a) *Algunos alumnos de primero no saben lógica.*

   b) *Todos los que intentan entrar en un país sin pasaporte encontrarán un policía que le impida el paso.*

   c) *Aristóteles argumentaba mejor que el resto de filósofos.*

4. Formalizar con un lenguaje de primer orden el siguiente argumento:

   Los que realizan el examen lo hacen en el aula A o el aula B (pero no en ambas). Sólo los que han aprobado el primer o el segundo parcial realizan el examen en el aula A. Los que no han aprobado ni el primer ni el segundo parcial realizan el examen en el aula B. Por tanto: si Juan realiza el examen en el aula A entonces ha aprobado el primer parcial.

5. Formalizar con un lenguaje de primer orden el siguiente razonamiento:

   Ningún amigo de Juan juega al fútbol. Todos los rusos saben jugar al ajedrez. Solamente los amigos de Juan saben jugar al ajedrez. Luego ningún amigo de Juan sabe jugar al ajedrez y al fútbol.

6. Defina un lenguaje de primer orden que contenga al menos un símbolo de función y a continuación formalice en él el siguiente argumento.

   Siempre que Pedro discute con María, ésta se enfada con su padre. Una persona que se enfade con otra no la invita a su boda. Por tanto, si Pedro discute con María, ésta no invitará a su padre a su boda.

7. Formalizar el siguiente argumento definiendo para ello el lenguaje de primer orden adecuado:

   Quiero a Lady Gaga. Todo el mundo quiere a quien le quiere. ¡Lady Gaga me quiere!

Definir un LPO en el que formalizar el siguiente argumento:

Leticia es una princesa. Todas las primogénitas de las princesas son también princesas. Por tanto, si Leonor es la primogénita de Leticia, entonces Leonor es una princesa.

---

*) 1ª solución:

- Símbolos de Predicado:

  $P(x) \equiv$ x es princesa $Pg(x,y) \equiv$ x es la primogénita de y

- Símbolos de constante: $Lt \equiv$ Leticia $Le \equiv$ Leonor

- Formalización:

  Leticia es una princesa : $P(Lt)$

  Todas las primogénitas de las princesas son también princesas :

$$\forall x \, \forall y \, (Pg(x,y) \wedge P(y) \rightarrow P(x))$$

  si Leonor es la primogénita de Leticia, entonces Leonor es una princesa:

$$Pg(Le,Lt) \rightarrow P(Le)$$

*) 2ª solución:

Utilizando un símbolo de función para *primogénita*:

$p: H \longrightarrow H$ $y = p(x) \equiv$ y es la primogénita de x

Todas las primogénitas de las princesas son también princesas :

$$\forall x \, \forall y \, (y = p(x) \wedge P(x) \rightarrow P(y))$$

si Leonor es la primogénita de Leticia, entonces Leonor es una princesa:

$$Le = p(Lt) \rightarrow P(Le)$$

Formalizar en el lenguaje de la lógica de primer orden los siguientes enunciados:

a) Todos los amigos de María estudian Lógica o estudian Estadística.
b) Ningún amigo de Pedro estudia Lógica.
c) Todos los amigos de Pedro estudian Estadística, pero solo los profesores de Estadística conocen las preguntas del examen.

a) símbolos de predicado: $A(x,y) \equiv$ x es amigo de y

$E(x,y) \equiv$ x estudia y

símbolos de constante: $m \equiv$ María $l \equiv$ Lógica $e \equiv$ Estadística

$$\forall x\, (A(x,m) \to (E(x,l) \vee E(x,e)))$$

o bien

$$\neg \exists x\, (A(x,m) \wedge \neg (E(x,l) \vee E(x,e)))$$

b) nuevo símbolo de constante: $p \equiv$ Pedro

$$\forall x\, (A(x,p) \to \neg E(x,e)) \quad \text{ó} \quad \forall x\, (E(x,e) \to \neg A(x,p))$$

o bien

$$\forall x\, \neg(A(x,p) \wedge E(x,l)) \qquad \neg \exists x\, (E(x,l) \wedge A(x,p))$$

c) nuevos símbolos de predicado: $P(x,y) \equiv$ x es profesor de y

$C(x) \equiv$ x conoce las preguntas del examen

$$\forall x\, (A(x,p) \to E(x,e)) \wedge \forall y\, (C(y) \to P(y,e))$$

o bien

$$\forall x\, (A(x,p) \to E(x,e)) \wedge \neg \exists y\, (C(y) \wedge \neg P(y,e))$$

Formalizar las siguientes frases con un lenguaje de primer orden:

a) *Algunos alumnos de primero no saben lógica.*

b) *Todos los que intentan entrar en un país sin pasaporte encontrarán un policía que le impida el paso.*

c) *Aristóteles argumentaba mejor que el resto de filósofos.*

---

a) $\exists x\ (\ A(x) \land \neg S(x)\ )$

b) $\forall x\ (\ I(x) \rightarrow E(x)\ )$

c) $A(x,y) \equiv$ x argumenta mejor que y

$a \equiv$ Aristoteles

$F(x) \equiv$ x es filosofo

$\Rightarrow \quad \forall y \quad (F(y)) \land\ y \neq a \ \rightarrow \ A(a,y))$

Solución de David:

P(x): x es alumno de primero; Q(x): x no sabe lógica

$\exists x(P(x) \land \neg Q(x))$

P(x): x intenta entrar en un país; Q(x): x tiene pasaporte; R(x): x es policía; S(x, y): x impide el paso a y

$\forall x(P(x) \land \neg Q(x) \rightarrow (\exists y\ (R(y) \land S(y, x)))$

P(x, y): x argumenta mejor que y; Q(x): x es filósofo

$\forall x(Q(x) \land x \neq a \rightarrow P(a, x))$

Formalizar con un lenguaje de primer orden el siguiente argumento:

Los que realizan el examen lo hacen en el aula A o en el aula B (pero no en ambas). Sólo los que han aprobado el primer o el segundo parcial realizan el examen en el aula A. Por tanto: si Juan realiza el examen en el aula A entonces ha aprobado el primer parcial.

- Símbolos de predicado:

  $E(x) \equiv$ x realiza el examen

  $A(x) \equiv$ x hace el examen en el aula A

  $B(x) \equiv$ x hace el examen en el aula B

  $P1(x) \equiv$ x ha aprobado el primer parcial

  $P2(x) \equiv$ x ha aprobado el segundo parcial

- Símbolos de constante: $j \equiv$ Juan

- Formalización:

  Los que realizan el examen lo hacen en el aula A o en el aula B (pero no en ambas) :

  $$\forall x\ (\ E(x) \rightarrow (\ A(x) \vee B(x)\ ) \wedge \neg(\ A(x) \wedge B(x)\ )\ )$$

  Sólo los que han aprobado el primer o el segundo parcial realizan el examen en el aula A:

  $$\forall x\ (\ A(x) \rightarrow P1(x) \vee P2(x)\ )$$

  si Juan realiza el examen en el aula A entonces ha aprobado el primer parcial.

  $$A(j) \rightarrow P1(j)$$

Formalizar con un lenguaje de primer orden el siguiente razonamiento:

Ningún amigo de Juan juega al fútbol. Todos los rusos saben jugar al ajedrez. Solamente los amigos de Juan saben jugar al ajedrez. Luego ningún amigo de Juan sabe jugar al ajedrez y al fútbol.

A(x,y): x es amigo de y

F(x): x sabe jugar al fútbol

R(x): x es ruso

B(x): x sabe jugar al ajedrez

b: Juan

$\neg\exists x(A(x,b) \wedge F(x))$

$\forall x(R(x) \rightarrow B(x))$

$\forall x(B(x) \rightarrow A(x,b))$

$\vdash \quad \neg\exists x(A(x,b) \wedge F(x) \wedge B(x))$

Defina un lenguaje de primer orden que contenga al menos un símbolo de función y a continuación formalice en él el siguiente argumento:

> *Siempre que Pedro discute con María, ésta se enfada con su padre. Una persona que se enfade con otra no la invita a su boda. Por tanto, si Pedro discute con María, ésta no invitará a su padre a su boda.*

---

*) Lenguaje : = { P, M, p, d, e, i }

donde P ≡ Pedro

M ≡ María símbolos de constante

Hay una tercera persona en el enunciado, el padre de Pedro (supongamos; no está claro ¿el padre de quién?, de María o de Pedro?), que se podría representar con pP, por ejemplo. Pero puesto que se exige que haya un símbolo de función,

p(x) ≡ el padre de x símbolo de función unaria

d(x,y) ≡ x discute con y

e(x,y) ≡ x se enfada con y tres símbolos de predicado binario

i(x,y) ≡ x invita a y a su boda

*) Representación :

Siempre que Pedro discute con María, ésta se enfada con su padre :

$d(P,M) \to e(M,p(P))$

Una persona que se enfade con otra no la invita a su boda :

$\forall x \, \forall y \, (e(x,y) \to \neg i(x,y))$

si Pedro discute con María, ésta no invitará a su padre a su boda :

$d(P,M) \to \neg i(M,p(P))$

Formalizar el siguiente argumento definiendo para ello el lenguaje de primer orden adecuado:

Quiero a Lady Gaga. Todo el mundo quiere a quien le quiere. ¡Lady Gaga me quiere!

---

*) Lenguaje:

En este argumento aparecen dos personas, Lady Gaga y yo. Por tanto :

símbolos de constante: lg ≡ Lady Gaga

yo ≡ yo

un símbolo de predicado binario: $Q(x,y) \equiv x$ quiere a y

*) Formalización :

Quiero a Lady Gaga : $Q(yo,lg)$

Todo el mundo quiere a quien le quiere : $\forall x\, \forall y\, (\, Q(x,y) \rightarrow Q(y,x)\,)$

¡Lady Gaga me quiere! : ¡¡ $Q(lg,yo)$ ¡!