Lógica Curso 2016-17 Formalización en LPO

Ejercicios resueltos - Enunciados

Usando el lenguaje de la lógica de primer orden, formalizar las siguientes frases o estructuras deductivas. Especificar en cada caso el lenguaje de primer orden utilizado, i.e., el significado de los símbolos (constante, función o predicado) utilizados.

1. *No existen políticos que no mientan alguna vez.*
   Sólo los socios o familiares de Juan tendrán un cargo en el ayuntamiento.
   Los políticos corruptos perjudican a todo el mundo.

2. a) *Todos los amigos de María estudian Lógica o estudian Estadística.*
   b) Ningún amigo de Pedro estudia Lógica.
   c) Todos los amigos de Pedro estudian Estadística, pero solo los profesores de Estadística conocen las preguntas del examen.

3. a) *Algunos alumnos de primero no saben lógica.*
   b) *Todos los que intentan entrar en un país sin pasaporte encontrarán un policía que le impida el paso.*
   c) *Aristóteles argumentaba mejor que el resto de filósofos.*

4. *a) Todos los aficionados de Brasil animan a su selección o a la selección de Portugal.*
   b) Ningún jugador de Colombia es aficionado de Brasil.
   c) Todos los aficionados de Colombia animan a su selección, pero solo los jugadores de Brasil marcan gol.

5. a) *Todo padre quiere a sus hijos, pero existen hijos que no quieren a su padre*
   b) Nadie se levanta a menos que tenga que trabajar; ni mi mujer ni yo tenemos que trabajar; por lo tanto, no nos levantamos a menos que algunos de nuestros hijos se despierte temprano
   c) Algunos estudiantes de informática sólo son amigos de los aficionados a la lógica
   d) Sólo las buenas personas ayudan a los pobres. Ninguna buena persona es aficionada a la fotografía. Antonio ayuda a Juan. Antonio es aficionado a la fotografía. Entonces, Juan no es pobre.

6. *Quien mucho abarca poco aprieta. Sólo será líder quien aprieta poco. Juan abarca mucho porque ha estudiado cuatro carreras. El mayor de los hermanos es un líder. Luego, Juan no es el mayor de los hermanos.*

7. *Si un número primo divide al producto de otros dos números, debe dividir a alguno de ellos.*

Formalizar en un lenguaje de primer orden los siguientes enunciados:

a) No existen políticos que no mientan alguna vez.

b) Sólo los socios o familiares de Juan tendrán un cargo en el ayuntamiento.

c) Los políticos corruptos perjudican a todo el mundo.

Fuente: examen final enero 2016

a) Lenguaje: $P(x) \equiv$ x es político

$M(x) \equiv$ x miente alguna vez

$$\neg \exists x(P(x) \wedge \neg M(x))$$

b) $S(x,y) \equiv$ x es socio de y

$F(x,y) \equiv$ x es familiar de y

$C(x) \equiv$ x tiene un cargo en el ayuntamiento

$$\forall x \, (C(x) \rightarrow S(x, a) \vee F(x, a))$$

c) $P(x) \equiv$ x es político

$C(x) \equiv$ x es corrupto

$per(x,y) \equiv$ x perjudica a y

$$\forall x \, (P(x) \wedge C(x) \rightarrow \forall z \, per(x,z))$$

Formalizar en el lenguaje de la lógica de primer orden los siguientes enunciados:

a) *Todos los amigos de María estudian Lógica o estudian Estadística.*
b) *Ningún amigo de Pedro estudia Lógica.*
c) *Todos los amigos de Pedro estudian Estadística, pero solo los profesores de Estadística conocen las preguntas del examen.*

A(x,y) ≡ x es amigo de y
E(x,y) ≡ x estudia y
P(x,y) ≡ x es profesor de y
C(x) ≡ x conoce las preguntas del examen

Fuente: examen julio 2015

a) símbolos de constante: m ≡ María l ≡ Lógica e ≡ Estadística

$\forall x\, (A(x,m) \rightarrow (E(x,l) \vee E(x,e)))$

o bien

$\neg \exists x\, (A(x,m) \wedge \neg (E(x,l) \vee E(x,e)))$

b) símbolo de constante: p ≡ Pedro

$\forall x\, (A(x,p) \rightarrow \neg E(x,e))$ ó $\forall x\, (E(x,e) \rightarrow \neg A(x,p))$

o bien

$\forall x\ \neg(A(x,p) \wedge E(x,l))$ $\neg \exists x\, (E(x,l) \wedge A(x,p))$

c) $\forall x\, (A(x,p) \rightarrow E(x,e)) \wedge \forall y\, (C(y) \rightarrow P(y,e))$

o bien

$\forall x\, (A(x,p) \rightarrow E(x,e)) \wedge \forall x\, (C(x) \rightarrow P(x,e))$

o bien

$\forall x\, (A(x,p) \rightarrow E(x,e)) \wedge \neg \exists y\, (C(y) \wedge \neg P(y,e))$

Formalizar las siguientes frases con un lenguaje de primer orden:

a) *Algunos alumnos de primero no saben lógica.*

b) *Todos los que intentan entrar en un país sin pasaporte encontrarán un policía que le impida el paso.*

c) *Aristóteles argumentaba mejor que el resto de filósofos.*

Fuente: examen enero 2015

a) $\exists x \, (A(x) \land \neg S(x) \,)$

b) $\forall x \, (I(x) \rightarrow E\,(x) \,)$

c) $A(x,y) \equiv$ x argumenta mejor que y

$a \equiv$ Aristoteles

$F(x) \equiv$ x es filosofo

$\Rightarrow \quad \forall y \quad (F(y)) \land \; y \neq a \;\rightarrow\; A(a,y))$

Formalizar con un lenguaje de primer orden que incluya los predicados proporcionados, los siguientes enunciados:

$A(x,y) \equiv x$ es aficionado de y *$J(x, y) \equiv x$ es jugador de y*

$B(x,y) \equiv x$ anima a y *$G(x) \equiv x$ marca gol*

a) Todos los aficionados de Brasil animan a su selección o a la selección de Portugal.

b) Ningún jugador de Colombia es aficionado de Brasil.

c) Todos los aficionados de Colombia animan a su selección, pero solo los jugadores de Brasil marcan gol.

Fuente: examen julio 2014

$a \equiv Portugal \quad b \equiv Brasil \quad c \equiv Colombia$

a) $\forall x\, (A(x,b) \rightarrow (B(x,b) \vee B(x,a)))$

o bien

$\neg \exists x\, (A(x,b) \wedge \neg (B(x,b) \vee B(x,a)))$

b) $\neg \exists x\, (J(x,c) \wedge A(x, b))$

o bien

$\forall x\, (J(x,c) \rightarrow \neg A(x,b))$

c) $\forall x\, (A(x,c) \rightarrow B(x,c)) \wedge \forall y\, (G(y) \rightarrow J(y,b))$

o bien

$\forall x\, (A(x,c) \rightarrow B(x,c)) \wedge \neg \exists y\, (G(y) \wedge \neg J(y,b))$

Usando el lenguaje de la lógica de primer orden, formalizar las siguientes frases o estructuras deductivas. Especificar en cada caso el significado de los predicados usados.

1. Todo padre quiere a sus hijos, pero existen hijos que no quieren a su padre
2. Nadie se levanta a menos que tenga que trabajar; ni mi mujer ni yo tenemos que trabajar; por lo tanto, no nos levantamos a menos que algunos de nuestros hijos se despierte temprano
3. Algunos estudiantes de informática sólo son amigos de los aficionados a la lógica
4. Sólo las buenas personas ayudan a los pobres. Ninguna buena persona es aficionada a la fotografía. Antonio ayuda a Juan. Antonio es aficionado a la fotografía. Entonces, Juan no es pobre.

$\forall x \forall y(\text{padre}(x,y) \rightarrow \text{quiere}(x,y)) \wedge \exists x \exists y(\text{padre}(x,y) \wedge \neg \text{quiere}(y,x))$

$\{ \forall x(\neg \text{trabaja}(x) \rightarrow \neg \text{levanta}(x)), \neg \text{trabaja}(\text{yo}) \wedge \neg \text{trabaja}(\text{miMujer}) \} \models$

$(\neg \text{levanta}(\text{yo}) \wedge \neg \text{levanta}(\text{miMujer})) \vee \exists x(\text{hijo}(x,\text{yo}) \wedge \text{hijo}(x,\text{miMujer})$
$\wedge \text{despiertaTemprano}(x))$

$\exists x(\text{informatica}(x) \wedge \forall y(\text{amigo}(x,y) \rightarrow \text{logica}(y)))$

$\{ \forall x \forall y(\text{pobre}(x) \wedge \text{ayuda}(y,x) \rightarrow \text{buenaPersona}(y)),$

$\forall x(\text{fotografia}(x) \rightarrow \neg \text{buenaPersona}(x)),$

$\text{ayuda}(\text{antonio}, \text{juan}), \text{fotografia}(\text{antonio}) \} \models \neg \text{pobre}(\text{juan})$

Formalizar la siguiente argumentación :

Quien mucho abarca poco aprieta. Sólo será líder quien aprieta poco. Juan abarca mucho porque ha estudiado cuatro carreras. El mayor de los hermanos es un líder. Luego, Juan no es el mayor de los hermanos.

Fuente; Univ Sevilla, JA Alonso Jiménez, 41

- *Quien mucho abarca poco aprieta* — Ab(x) ≡ x abarca mucho; Ap(x) ≡ x aprieta poco

  $\forall x\ (\ Ab(x) \rightarrow Ap(x)\ )$

- *Sólo será líder quien aprieta poco* — L(x) ≡ x es o será lider

  $\forall x\ (\ L(x) \rightarrow Ap(x)\ )$

- *Juan abarca mucho porque ha estudiado cuatro carreras* — E(x) ≡ x ha estudiado cuatro carreras

  $Ab(j) \wedge E(j)$

- *El mayor de los hermanos es un líder* — M(x) ≡ x es el mayor de los hermanos

  $\forall x\ (\ M(x) \rightarrow L(x)\ )$

- *Luego, Juan no es el mayor de los hermanos* — $\neg\ M(j)$

Formalizar el siguiente enunciado mediante un lenguaje de primer orden:

Si un número primo divide al producto de otros dos números, debe dividir a alguno de ellos

Fuente: Pepa, eval 1112

*) Lenguaje de primer orden:

P predicado unario: P(x) = V sii x es primo

D predicado binario: D(x,y) = V sii x divide a y

prod símbolo de función binaria: prod (x,y) = x.y (producto de los números x e y)

*) Formalización:

Si un número primo divide al producto de otros dos números, debe dividir a alguno de ellos

Si *un número primo divide al producto de otros dos números* entonces *divide a alguno de ellos*

Si $P(x) \wedge D(x,prod(y,z))$ entonces $D(x,y) \vee D(x,z)$

$\Rightarrow \quad \forall x\, \forall y\, \forall z\, (P(x) \wedge D(x,prod(y,z)) \rightarrow D(x,y) \vee D(x,z))$